

## APLICAÇÃO DE UM MODELO VISCOELÁSTICO COM DANO ACOPLADO NA MODELAGEM DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE TRELIÇAS PLANAS

**RODRIGUES, Otávio Bruno de Araújo<sup>1</sup>;**  
**FERNANDES, Catarina Nogueira de Araújo<sup>2</sup>;**  
**JUNIOR, Eduardo Toledo de Lima<sup>3</sup>;**  
**LIRA, William Wagner Matos<sup>4</sup>.**

<sup>1</sup> Graduando, LCCV/CTEC/UFAL, Maceió-AL (otavio.rodrigues@ctec.ufal.br).

<sup>2</sup> Mestre, LCCV/CTEC/UFAL, Maceió-AL (catarina@lccv.ufal.br).

<sup>3</sup> Doutor, LCCV/CTEC/UFAL, Maceió-AL (limajunior@lccv.ufal.br).

<sup>4</sup> Doutor, LCCV/CTEC/UFAL, Maceió-AL (william@lccv.ufal.br).

**Resumo.** *Este trabalho apresenta um estudo numérico por elementos finitos do comportamento estrutural de treliças planas, utilizando um modelo viscoelástico com dano acoplado. O fenômeno de dano é baseado na termodinâmica dos processos irreversíveis e consiste no surgimento de microfissuras e microvazios no interior do material, levando à perda de rigidez e ao risco de ruptura. A metodologia adotada para alcançar o objetivo proposto envolve duas etapas principais: a) incorporação de um modelo de dano na análise unidimensional de meios elásticos e viscoelásticos a partir de enfoques analítico e numérico por elementos finitos, permitindo adquirir sensibilidade acerca do problema em questão; b) aplicação de um modelo viscoelástico com dano acoplado na modelagem numérica de treliças planas, permitindo estudar o nível de deformação e o dano acumulado, devido ao carregamento. Como principal contribuição espera-se que esse estudo direcione para a futura verificação do efeito do dano em estruturas bidimensionais e tridimensionais.*

**Palavras-chave:** *Treliças planas, Viscoelasticidade, Dano, Elementos finitos.*

## 1 INTRODUÇÃO

O fenômeno de dano é baseado na termodinâmica dos processos irreversíveis e consiste no surgimento de microfissuras e microvazios no interior do material, levando à perda de rigidez e ao risco de ruptura. Segundo Lemaitre & Desmorat (2005), considerando um volume representativo elementar (RVE) e um plano danificado cuja normal é  $\mathbf{n}$ , define-se a variável de dano  $\mathbf{D}$  como a densidade de microdefeitos em relação à área total do plano contido no RVE. Em um modelo de dano isotrópico, a variável de dano  $\mathbf{D}$  torna-se de ordem escalar  $D$  e não depende da normal  $\mathbf{n}$ . Dessa forma a equação da energia livre associada a um sólido com dano isotrópico em meios unidimensionais é dada pela Eq. (1).

$$\rho \Psi(\varepsilon, D) = \frac{1}{2} (1-D) E \varepsilon^2 \quad (1)$$

Onde  $\rho$  é a densidade de massa,  $\psi$  a energia livre associada a um sólido,  $E$  o módulo de Young,  $\varepsilon$  a deformação e  $D$  a variável escalar de dano situada entre 0 e 1 que correspondem aos limites de material intacto e totalmente danificado, respectivamente. As Eq. (2) e (3) fornecem a tensão  $\sigma$  e a força termodinâmica associada ao dano  $Y$ .

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = (1-D) E \varepsilon \quad (2)$$

$$Y = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 \quad (3)$$

## 2 METODOLOGIA

Para alcançar o objetivo proposto a metodologia adotada foi baseada em quatro macroetapas: (a) revisão bibliográfica sobre a mecânica dos meios contínuos elásticos, viscoelásticos e dano; (b) implementação e verificação de um modelo clássico de dano; (c) abordagem analítica de um modelo unidimensional viscoelástico com dano acoplado; (d) abordagem numérica por elementos finitos de uma treliça plana viscoelástica com dano acoplado, utilizando a ferramenta numérica Abaqus (2018).

## 3 RESULTADOS

### 3.1 Modelo de dano isotrópico de Marigo (1981)

No trabalho foi adotado o modelo de dano isotrópico de Marigo (1981). Segundo Vêras & Lima Junior (2015) é indicado para materiais frágeis e quase frágeis, possuindo o mesmo comportamento em tração e compressão. Nesse modelo o critério de dano é definido pelas Eq. (4) e (5):

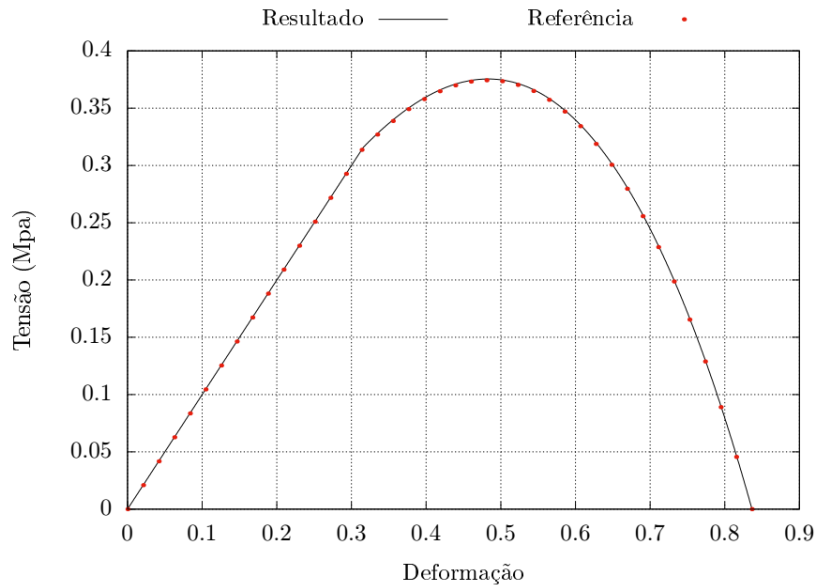
$$F(Y, D) = Y - K(D) \quad (4)$$

$$K(D) = Y_0 + SD \quad (5)$$

A parcela  $K(D)$  armazena o valor máximo alcançado no histórico de carregamento e  $Y_0$ ,  $S$  são parâmetros do material. O modelo exige a condição de consistência para evolução do dano, de modo que:

$$\dot{D} = \frac{\dot{\gamma}}{S} \tag{6}$$

Para aplicação e estudo dos parâmetros envolvidos nesse modelo de dano foi realizada uma implementação computacional em *Python*, onde um material hipotético de módulo de Young unitário, coeficiente de Poisson nulo,  $Y_0=0.05$  e  $S=0.03$  é submetido a acréscimos constantes de deformação. Os resultados obtidos foram comparados com os apresentados em Lima Junior (2011).

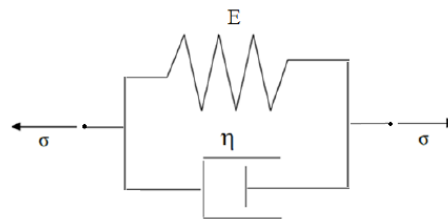


**Figura 1. Curva constitutiva do modelo de dano isotrópico de Marigo (1981). Fonte: Autores (2019).**

Na Fig.1 a partir da deformação igual a 0.32 o material perdeu o comportamento elástico linear, em virtude do início do dano. Lima Junior (2011) afirma que no modelo de dano isotrópico de Marigo (1981) a velocidade de propagação do dano é definida pelo parâmetro  $S$  e o início do dano está vinculado ao parâmetro  $Y_0$ , o qual, se for nulo, indica que o material é danificável desde o início da deformação.

### 3.2 Modelo viscoelástico de Kelvin

Os modelos viscoelásticos podem ser formulados a partir da composição de molas e amortecedores, que caracterizam a elasticidade e viscosidade, respectivamente. O modelo proposto por Lord Kelvin consiste em um arranjo paralelo de uma mola de Hooke e um amortecedor Newtoniano, conforme a Fig. 2:



**Figura 2. Modelo Reológico de Kelvin. Fonte: Carvalho (2014).**

Marques e Creus (2012) discutem a implementação de modelos viscoelásticos no Abaqus. O comportamento do modelo é definido pela Eq. (7), conforme apresentado por Shames (1997), onde  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade relativo ao amortecedor e  $\dot{\varepsilon}$  a taxa de deformação.

$$\sigma = E\varepsilon + \varepsilon \dot{\eta} \quad (7)$$

### 3.3 Análise de meio unidimensional viscoelástico com dano acoplado

O acoplamento de Marigo (1981) ao modelo de Kelvin consiste na penalização do módulo de Young pela variável de dano e verificação da ocorrência do mesmo a partir das deformações características do modelo de Kelvin, conforme as Eq. (8) e (9).

$$E_D = E(1-D) \quad (8)$$

$$\sigma = E_D\varepsilon + \varepsilon \dot{\eta} \quad (9)$$

Para análise desse acoplamento foi realizada a implementação numérica no Abaqus, através de uma sub-rotina *UMAT (User Material)* desenvolvida em *Fortran* e uma rotina em *Python* para validação da sub-rotina. Para tanto é considerada uma barra engastada de comprimento unitário, área de seção transversal unitária, uma força  $f$  na extremidade aplicada em  $n$  incrementos durante períodos  $\Delta t$ , parâmetros do modelo de Kelvin iguais aos de Carvalho (2014) e um tempo de ensaio  $t$ , conforme a Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros adotados no problema de barra e treliça. Fonte: Autores (2019)

$E$	$\eta$	$Y_0$	$S$	$f$	$t$	$n$	$\Delta t$
100	1000	2	10	70	20	4000	0.005

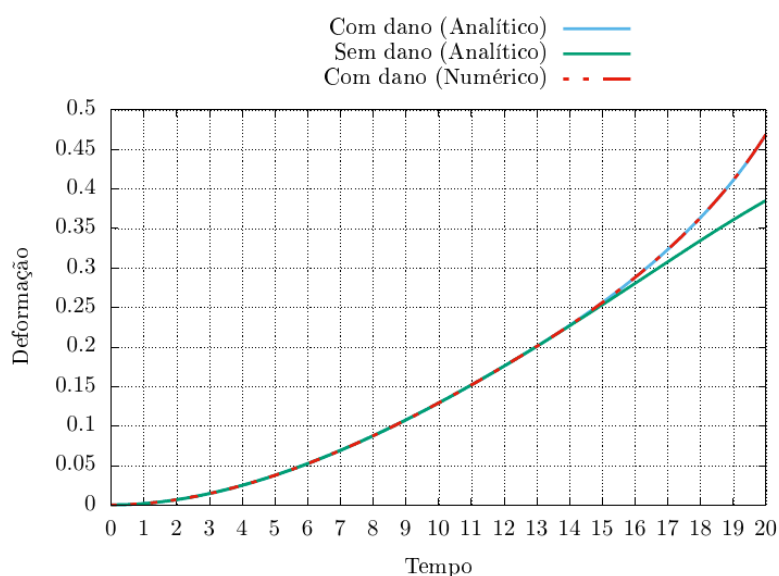


Figura 3. Curva Tempo x Deformação do modelo viscoelástico de Kelvin com o modelo de dano acoplado. Fonte: Autores (2019)

Verifica-se na Fig. 3 que o acoplamento do dano tem como efeito na barra o desenvolvimento mais rápido da deformação quando comparado a barra sem o dano. Isso ocorre

devido à perda de rigidez e continua até o estado de danificação total. Além disso, os resultados da implementação numérica sobrepuseram-se aos resultados analítico, validando a sub-rotina *UMAT* implementada no Abaqus.

### 3.4 Análise de treliça plana viscoelástica com dano acoplado

O problema de treliça plana a ser analisado possui os mesmos parâmetros do problema de barra, tendo as barras 1 e 3 comprimentos unitários e a força aplicada semelhantemente ao problema anterior, conforme a Fig. 4. O problema foi implementado no Abaqus.

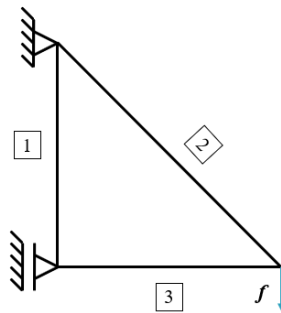


Figura 4. Problema de treliça plana analisado. Fonte: Autores (2019).

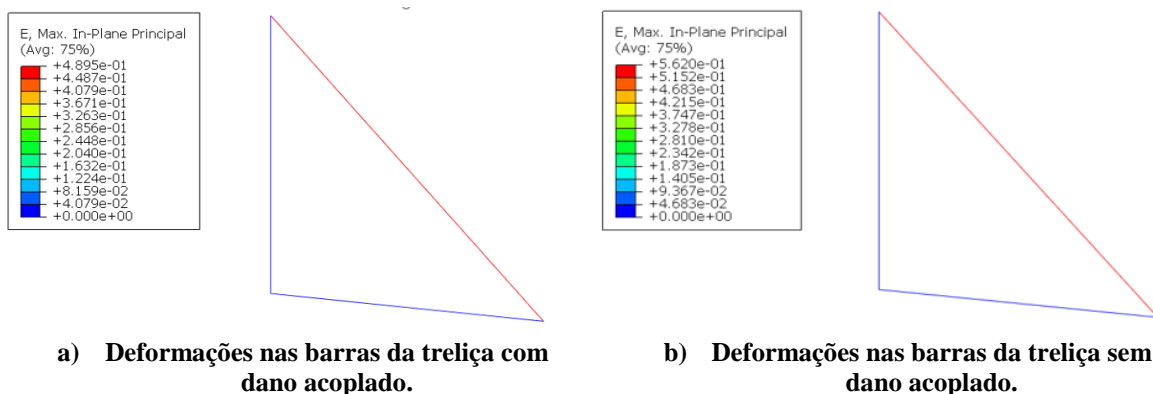


Figura 5. Deformações no problema de treliça viscoelástica. Fonte: Autores (2019).

Foram comparadas as deformações na treliça em modelos com e sem o acoplamento de dano. A partir das Fig. 5(a) e 5(b) verifica-se que a deformação sofrida pelas barras da treliça com o efeito do dano foi menor em relação à sem dano. Isso aconteceu, pois a força aplicada não atingiu o valor máximo, sendo aplicada apenas até  $t=16.54$ , devido ao processo de dano e consequentemente a ruína, causando uma deformação de apenas 0.4895 na barra 3. O valor máximo de carga era atingido em  $t=20$  como ocorreu no modelo sem dano, proporcionando uma deformação de 0.5640 na barra 3 da treliça.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constata-se a importância do estudo de dano como mecanismo de não linearidade nas estruturas e sua influência na rigidez, levando ao risco de ruptura prematura. Observa-se, também, a importância da funcionalidade do Abaqus na implementação de modelos

constitutivos para análise por elementos finitos das mais variadas estruturas, permitindo ao usuário comparar e combinar diferentes modelos.

## **REFERÊNCIAS**

Carvalho, M. A., 2014. **Estudo numérico-analítico de modelos reológicos unidimensionais viscoelásticos, elastoplásticos e viscoplásticos**. Dissertação de mestrado, Universidade de Brasília / Brasília.

Lima Junior, E. T., 2011. **Isotropic damage phenomena in saturated porous media: a BEM formulation**. PhD thesis, Universidade de São Paulo / São Carlos.

Lemaitre, J., & Desmorat, R., 2005. **Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures**. Springer Science & Business Media.

Marigo, J. J., 1981. Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique. **Comptes Rendus de l'Académie des Science**, vol. 292, série II, pp 1309-1312.

Marques, S. P. C., & Creus, G. J., 2012. **Computational viscoelasticity**. Springer Science & Business Media.

Simulia. **Abaqus 6.14 Documentation**. Disponível em: <http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/index.html>. Acesso em: 4 de março de 2018.

Shames, I. H., 1997. **Elastic and inelastic stress analysis**. CRC Press.

Véras, L. C. L., & Lima Junior, E. T., 2017. Um modelo de elementos de contorno para problemas de chapa considerando danificação isotrópica. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, vol. 2, n. 25, pp. 148-157.