

## VERIFICAÇÃO DA INCLUSÃO DA FORMULAÇÃO DE MEIOS ELASTOPLÁSTICOS NO MÉTODO DOS AUTÔMATOS CELULARES MÓVEIS

**SANTOS, Cássio Cesar<sup>1</sup>;**  
**LOBO, Tiago Peixoto da Silva<sup>2</sup>;**  
**JÚNIOR, Adeildo Soares Ramos<sup>3</sup>.**

<sup>1</sup> Graduando em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL, (cassio.santos@ctec.ufal.br).

<sup>2</sup> Dr. Pesquisador, Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL (tiago.lobo@lccv.ufal.br).

<sup>3</sup> Dr. Prof., Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL (adramos@lccv.ufal.br).

**Resumo.** *O presente trabalho aborda um estudo introdutório aos Autômatos Celulares Móveis (MCA), um método numérico baseado na interação entre partículas que modela o comportamento mecânico de meios contínuos. Devido à natureza de sua formulação teórica, a interação entre elementos no MCA é desenvolvida como um sistema multi-partículas, em que o cálculo de forças depende de sua vizinhança. Destaca-se também a presença de conexões entre células, capazes de mantê-las unidas ou não, dependendo dos níveis de tensão e dos parâmetros da simulação característicos de cada conexão. Esses atributos facilitam a análise de processos de deformação e fraturamento no MCA. O formalismo teórico do método, baseado em relações reológicas da mecânica do contínuo, também possibilita a incorporação de relações elastoplásticas, e conseqüentemente a análise de materiais com esse comportamento, como metais, solos e rochas. A fim de verificar a formulação proposta, são apresentados estudos de caso utilizando ciclos de carga aplicados a colunas de material, cujos resultados são satisfatórios. A formulação elastoplástica implementada ao MCA em comparação aos resultados analíticos apresentou erros da ordem de 1800 Pa para valores de tensão de 500000 Pa. Logo, observa-se que as simulações são confiáveis e reais dentro de diversas aplicações de engenharia, geologia e geomecânica.*

**Palavras-chave:** *Autômatos Celulares Móveis, Geologia Estrutural, Meios Elastoplásticos Lineares.*

## 1 INTRODUÇÃO

O Método dos Autômatos Celulares Móveis consiste de uma técnica que integra os conceitos dos métodos de elementos discretos baseados em partículas (DEM) e Autômatos Celulares. Apesar de ser baseado no DEM, o MCA possui vantagens que possibilitam a implementação de modelos reológicos, como por exemplo, modelos elastoplásticos e modelos de fraturas. (PSAKHIE et al., 2013).

No projeto de pesquisa MODFAL (Modelagem Computacional de Falhas Geológicas e suas Zonas de Danos) em execução no Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV) na Universidade Federal de Alagoas, é utilizado o MCA para modelar computacionalmente processos de Geologia Estrutural, com o intuito de mapear os campos de tensão, deformação e suas zonas de falhas. Estes estudos possuem grande importância para a indústria de óleo e gás, pois eles podem indicar regiões propícias a exploração devido a concentração de hidrocarbonetos.

O objetivo deste trabalho é vincular ao MCA a relação constitutiva de plasticidade com encruamento, como descrito por (SHAMES; COZZARELLI, 1997).

## 2 MODELO DE PLASTICIDADE

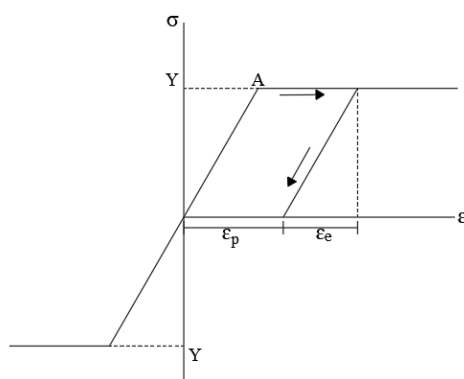
Para compreensão do modelo de plasticidade proposto por SHAMES; COZZARELLI (1997), partimos da ideia de um modelo de plasticidade perfeita, considerando que a lei de tensão-deformação é independente da taxa de deformação, porém, é dependente do histórico da deformação. Então, podemos considerar:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} . \quad (1)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p . \quad (2)$$

Onde  $\varepsilon$  é a deformação total,  $\varepsilon_e$  é a deformação elástica e  $\varepsilon_p$  a deformação plástica.

Como mostrado na Figura 1, a deformação plástica assume valor diferente de zero a partir do momento em que a tensão atinge o ponto A, que representa a tensão de limite elástico,



**Figura 1: Modelo elástico linear perfeitamente plástico com comportamento idêntico de tração e compressão. Fonte: Adaptado (SHAMES; COZZARELLI, 1997).**

Para o modelo plástico com encruamento, é considerado o caso da plasticidade perfeita com acréscimo de

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \text{ para } |\sigma| < Y . \quad (3)$$

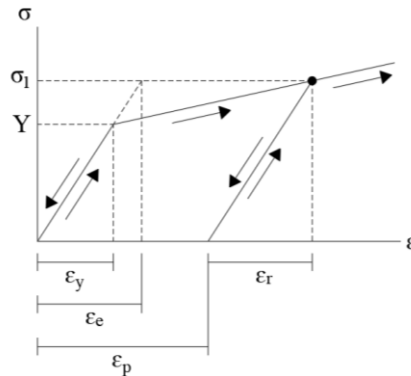
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{|\sigma| - Y}{\mu_p} \right)^n * \text{sgn } \sigma \quad \text{para } |\sigma| \geq Y. \quad (4)$$

Sendo:

Y - Tensão de limite elástico;

sgn  $\sigma$  – Função sinal, que neste caso retorna o sinal da tensão;

$\mu_p$  e n – Constantes plásticas do material, sendo considerado material bilinear, isto é, n igual a um.



**Figura 2: Modelo de plasticidade com encruamento. Fonte: Adaptado (SHAMES; COZZARELLI, 1997).**

De acordo com a Figura 2, quando está ocorrendo um carregamento e  $|\sigma| \geq Y$ , ou seja, encontra-se no estado plástico e ocorre o descarregamento, são feitas as seguintes considerações:

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_1}{E}. \quad (5)$$

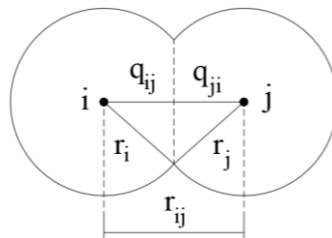
$$\varepsilon_p = \varepsilon - \varepsilon_r. \quad (6)$$

Sendo  $\varepsilon_r$  a deformação recuperada.

### 3 APLICAÇÃO DO MODELO DE PLASTICIDADE AO MCA

Para implementar o modelo de plasticidade ao MCA, se faz necessário alterar a forma de cálculo da tensão em cada contato entre as partículas. Para isto, é preciso observar a Figura 3, que através de geometria é possível obter a deformação ( $\varepsilon_{ij}$ ) entre as partículas por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{q_{ij}}{r_i} - 1. \quad (7)$$



**Figura 3: Parâmetros geométricos do contato entre duas partículas. Fonte: Adaptado (PSAKHIE et al., 2013).**

Em que  $q_{ij}$  é a distância do centro da partícula até o ponto de contato e  $r_i$  o raio da partícula.

Considerando que, assim como a Eq. (2), a deformação do contato das partículas é composta por uma componente elástica ( $\varepsilon_{ije}$ ) e outra plástica ( $\varepsilon_{ijp}$ ) e realizando as devidas operações matemáticas na Eq. (3) e Eq. (4), a tensão entre duas partículas pode ser calculada por

$$\sigma_{ij} = \varepsilon_{ije} \cdot E . \quad (8)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E \cdot (\mu_p \cdot \varepsilon_{ije} \pm Y)}{\mu_p + E} . \quad (9)$$

Em que a Eq. (8) é utilizada para o regime elástico e a Eq. (9) para o estado plástico.

Vale salientar que na Eq. (9), o sinal positivo é para casos de carregamentos onde se está tracionando as partículas e o sinal negativo para compressão. Para ambos os casos, quando se inicia o descarregamento, são feitas as seguintes atualizações nas propriedades de cada partícula.

$$Y = |\sigma_{ij}| . \quad (10)$$

$$\varepsilon_{ije} = \frac{Y}{E} . \quad (11)$$

$$\varepsilon_{ijp} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ije} . \quad (12)$$

De acordo com a Eq. (10), a tensão do limite elástico passa a ser a maior tensão atingida durante o carregamento. Em seguida, usando a Eq. (11) verifica-se a deformação elástica. Assim, com a Eq. (12) obtém-se a deformação plástica com uma relação da deformação total e elástica.

## 4 RESULTADOS

Para verificar o código, foram feitas duas simulações em uma coluna de partículas, com propriedades geométricas e físicas semelhantes a uma coluna com material contínuo, como mostrado na Figura 4.

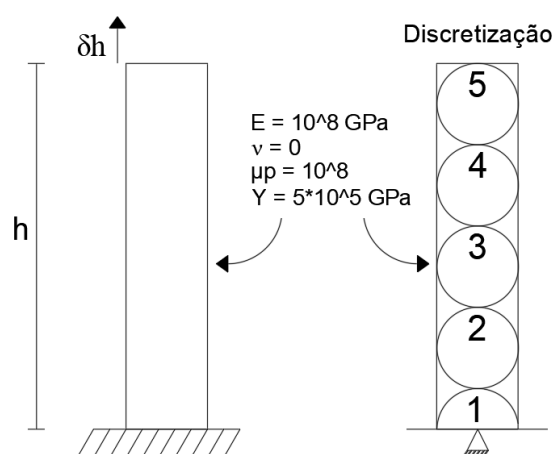


Figura 4: Modelo analítico e numérico para verificação. Fonte: Autores (2019)

O primeiro teste consiste em aplicar um carregamento na forma de um pequeno deslocamento no topo da coluna, porém, sendo este deslocamento grande o suficiente para fazer

com que o material entre no estado plástico. Após isso, é aplicado o mesmo deslocamento no sentido oposto, e assim, a coluna volta a sua posição inicial.

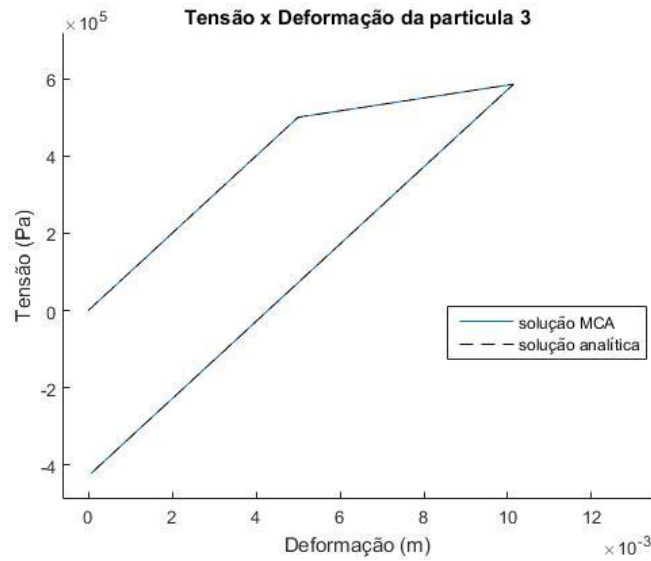


Figura 5: Resultados da primeira verificação. Fonte: Autores (2019)

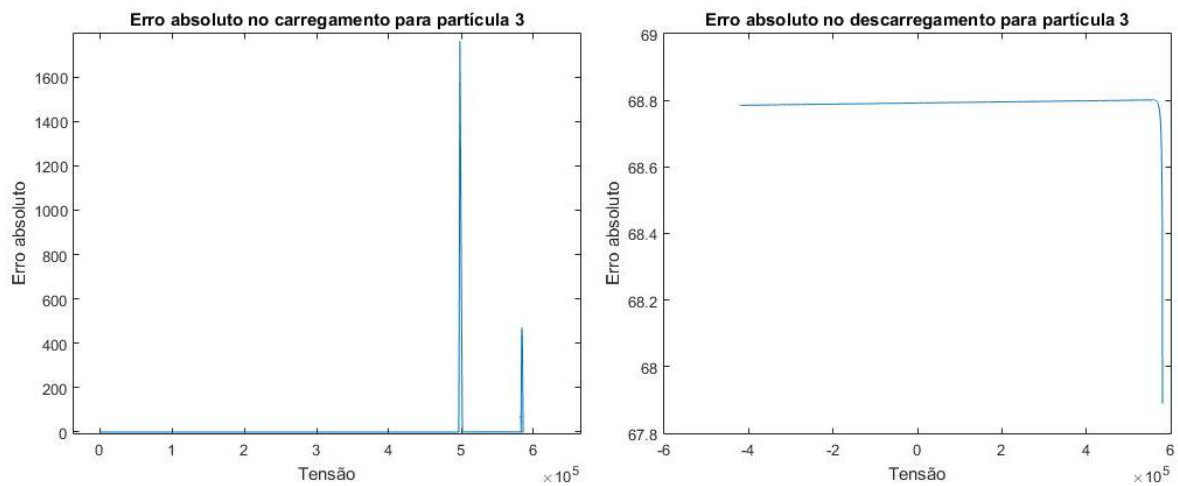


Figura 6: Erros dos resultados da primeira verificação. Fonte: Autores (2019)

Ao final da simulação, observa-se na Figura 5, que, devido as deformações plásticas que foram ocasionadas na fase de carregamento, é necessária uma tensão de compressão para anular estas deformações e assim a coluna volte a sua posição de origem. Verifica-se na Figura 6, que durante este processo, o erro máximo ocorre na passagem do estado elástico para o plástico, sendo aproximadamente de 1800 Pa para um valor de tensão de 500.000 Pa.

Para a segunda simulação, seguidos ciclos de carregamento foram aplicados na coluna. Estes ciclos consistem em impor um deslocamento até o material entrar no estado plástico e em seguida, as partículas são liberadas para que retornem para suas posições de equilíbrio.

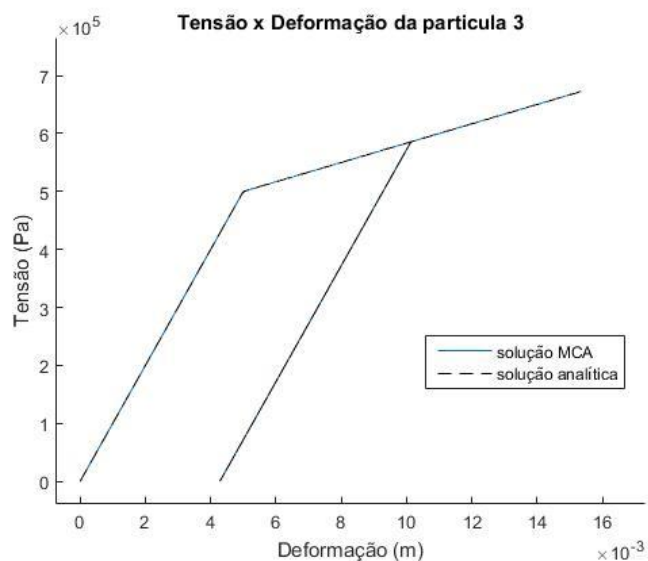


Figura 7: Resultados da segunda verificação. Fonte: Autores (2019)

No resultado do segundo exemplo mostrado na Figura 7, como já era esperado, constata-se no final de cada ciclo quando as partículas adquirem uma nova posição de equilíbrio, a presença de uma deformação plástica. Então, no momento em que se inicia um novo ciclo, o carregamento acontece pela mesma trajetória do descarregamento e a passagem para o estado plástico acontece na tensão mais alta atingida no ciclo anterior.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos testes realizados no código desenvolvido utilizando o Método dos Autômatos Celulares Móveis implementado com um modelo de plasticidade, foi possível observar resultados bastante satisfatórios, apresentando pequenos erros ao se comparar com a formulação analítica. Desta forma, o MCA se mostra uma ferramenta competente para realizar simulações em meios elastoplásticos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à PETROBRAS pelo financiamento do convênio e ao CENPES pela parceria de desenvolvimento.

## REFERÊNCIAS

Psakhie, S. et al. Development of a formalism of movable cellular automaton method for numerical modeling of fracture of heterogeneous elastic-plastic materials. **Frattura ed Integrità Strutturale**, v. 7, n. 24, p. 26-59, 2013.

Shames, I. H.; Cozzarelli, F. A., 1997. **Elastic And Inelastic Stress Analysis**.